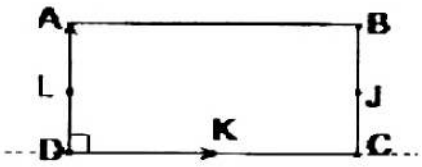
$\begin{cases} f(C)=F \\ f(F)=G \end{cases} \Rightarrow GF=\frac{1}{\varphi}.CF$

or $\frac{EF}{CF}=\varphi$

$EG=EF-GF=\varphi.CF-\frac{1}{\varphi}.CF$

$=(\varphi-\frac{1}{\varphi}).CF=1.CF = ED$

EX20 :



1) $AC \neq 0$ et $DB \neq 0$

d'où il existe une unique similitude indirecte f tels que: $f(A)=D$ et $f(C)=B$,

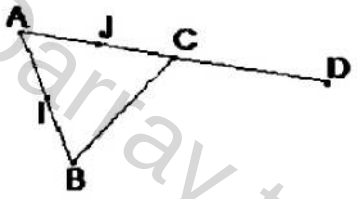
le rapport de f est $\frac{DB}{AC}=1$

$\Rightarrow$ f est un antidéplacement

$med[AD]=med[CB]=(LJ)$, d'où $f=S_{(LJ)}$

$f(L)=L$ et $f(J)=J$

EX21 :



1) $\begin{cases} f(C)=A \\ f(A)=B \end{cases}$

$f \circ f(C) = f(A) = B \Rightarrow f \circ f \neq id$

d'où f n'est pas une symétrie orthogonale

par suite f est une symétrie glissante.

soit $\vec{u}$ son vecteur et Δ son axe

$f \circ f=t_{2\vec{u}}$

$f \circ f(C)=B \Leftrightarrow t_{2\vec{u}}(C)=B \Leftrightarrow 2\vec{u}=\overline{CB}$

$\Leftrightarrow \vec{u}=\frac{1}{2}\overline{CB} \Leftrightarrow \vec{u}=\overline{JI}$

$f(C)=A \Rightarrow C * A=J \in \Delta$

$f(A)=B \Rightarrow A * B=I \in \Delta$

d'où $\Delta=(IJ)$

2) $\begin{cases} g(B)=D \\ g(I)=C \end{cases}$

$I=B * A \Rightarrow g(I)=g(B) * g(A) \Rightarrow C=D * g(A)$

$\Rightarrow g(A)=S_C(D)=A$ d'où $g(A)=A$

g est de rapport $\frac{AC}{AI}=\frac{AB}{AI}=2$, d'angle $\left(\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{3}(2\pi)$, de centre A

3) $\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KI}=\vec{0}$

a) Comme étant composée d'une similitude indirectede rapport 1 et d'une similitude directe de rapport 2 :

$f \circ g$ est une similitude indirecte de rapport 2

b) $f \circ g(I)=f(C)=A$

$f \circ g(A)=f(A)=B$

c) $\overrightarrow{KB}+2\overrightarrow{KA}=(\overrightarrow{KA}+\overrightarrow{AB})+2(\overrightarrow{KI}+\overrightarrow{IA})$

$=(\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KI})+(\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{IA})=\vec{0}+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA})$

$=\vec{0}$ car $I=A * B$

soit $f \circ g(K)=K'$, on a aussi

$f \circ g(I)=A$ et $f \circ g(A)=B$

$\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KI}=\vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{K'B}+2\overrightarrow{K'A}=\vec{0}$ car f conserve le barycentre

d'où $\overrightarrow{K'B}+2\overrightarrow{K'A}=\vec{0}$ or on a $\overrightarrow{KB}+2\overrightarrow{KA}=\vec{0}$

d'où $K'=K$ par suite $f \circ g(K)=K$

d) $f \circ g$ est de rapport 2 . (d'aprés 3) a))

e) $f \circ g(K)=K$ d'où $f \circ g$ est une similitude indirecte de rapport 2 de centre K.

soit Δ son axe

$f(A)=B$, d'où Δ porte la bissectrice intérieure de $\left[\overrightarrow{KA},\overrightarrow{KB}\right]$ or $K \in [AB]$

d'où Δ est la perpendiculaire à (AB) en K.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn